Программа работы с одаренными детьми 5-7 классов поматематике на 2022-2023 уч. год.

Учитель: Сафарова Ф.Г.

Пояснительная записка

В условиях введения ФГОС остро встает вопрос поиска путей повышения социально-экономического потенциала общества. Это возможно только в случае роста интеллектуального уровня тех, которые в дальнейшем станут носителями ведущих идей общественного процесса.

В основе программы Концепция «Творческой одаренности» Н.И. Ильичевой. Основные парадигмы развития одаренности:

1. Все дети одарены от природы.
2. На развитие одаренности наибольшее влияние оказывает педагогический фактор.

Как известно, устойчивый интерес к математике начинает формироваться в 14 – 15 лет. Но это не происходит само собой: для того, чтобы ученик 7 класса всерьёз начал заниматься математикой, необходимо, чтобы на предыдущих этапах он почувствовал, что размышления над трудными, нестандартными задачами могут доставлять подлинную радость. Планируя занятия, наполняя их определенным содержанием, ориентироваться нужно не на уже достигнутый ребенком уровень развития, а немного забегать вперед, предъявляя к его мышлению требования, несколько превышающие его возможности, то есть не на уровень актуального, а на зону ближайшего развития. Всюду, где только возможно, будить мысль ученика, развивать активное, самостоятельное и – как высший уровень – творческое мышление. Главная особенность развития системы школьного математического образования – ориентация на самую широкую дифференциацию обучения математике. Такая дифференциация должна удовлетворять потребностям каждого, кто проявляет интерес и способности к математике, дав ему все возможности для их развития.

Целью работы с мотивированными детьми является, в частности, формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, дальнейшее развитие их математических способностей, на применение математических методов в различных отраслях науки и технике.

Решение олимпиадных задач позволяет учащимся накапливать опыт в сопоставлении, наблюдении, выявлять несложные математические закономерности, высказывать догадки, нуждающиеся в доказательстве. Тем самым создаются условия для выработки у учащихся потребности в рассуждениях, учащиеся учатся думать.

Задачи собраны из разных источников, для решения которых должно хватить сведений, полученных в ходе изучения математики в первых пяти классах.

Курс составлен на 17 часов, занятия проводятся два раза в месяц. Предназначен для учащихся 5-7 классов, при желании курс может быть увеличен до 34 часов.

Курс построен таким образом, чтобы любой учащийся смог подключиться к усвоению отдельных разделов курса в течение учебного года.возможны коллективные, групповые и индивидуальные занятия.

Для подтверждения своей успешности учащиеся могут участвовать в районных, областных и Международных олимпиадах, а также вести исследовательскую, самостоятельную работу.

Цель: Организация работы с учащимися, имеющими повышенный уровень мотивации, включение учащихся в исследовательскую деятельность.

Воспитание ученика как личности компетентной, успешной и востребованной обществом.

Задачи:

- формирование у учащихся устойчивого интереса к математике;
- выявление и развитие математических способностей;

- овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности;
- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса;
- подготовка к сознательному усвоению систематического курса алгебра и геометрия;
- формирование навыков перевода различных задач на язык математики;

их способностей, на применение математических методов в различных отраслях науки и технике.

Принципы деятельности в работе с одаренными детьми:

принцип максимального разнообразия предоставленных возможностей для развития личности;•

принцип возрастания роли внеурочной деятельности;•

принцип индивидуализации и дифференциации обучения;•

принцип создания условий для совместной работы учащихся при минимальном участии учителя;•

принцип свободы выбора учащимся дополнительных образовательных услуг, помощи, наставничества.•

4. Формы работы с одаренными учащимися

творческие мастерские;•

групповые занятия с сильными учащимися;•

занятия исследовательской деятельностью;•

участие в конкурсах•

научно-практические конференции;•

участие в олимпиадах;•

работа по индивидуальным планам;•

Требования к уровню усвоения дисциплины

В результате изучения данного курса учащийся должен обладать следующими знаниями и умениями:

Основные виды логических задач.

Способы решения популярных логических задач.

Основные принципы математического моделирования. Основные свойства делимости чисел. Умение решать основные задачи на %.

Курс направлен на развитие логического мышления учащегося, на умение создавать математические модели практических задач, на расширение математического кругозора учащихся. Курс является пропедевтикой «олимпиадных» задач.

Учащиеся должны научиться выполнять небольшие исследовательские работы

Содержание программы

1. Математические игры 2ч
2.Числовые задачи 1 ч.
3.Задачи на проценты 2 ч.
4.Логические задачи 2 ч.
5.Текстовые задачи 2 ч.
6.Задачи на делимость 2 ч.
7.Задачи на принцип Дирихле 2 ч.
8.Задачи на инвариант 2 ч.
9.Задачи с геометрическим содержанием 2 ч.

М А Т Е М А Т И Ч Е С К И Е И Г Р Ы

Сюжеты математических игр разнообразны. Вообще говоря, большинство математических идей можно оформить в виде игры. На олимпиадах встречаются игры как с алгебраическим так и с геометрическим содержанием. В этот раздел, помимо прочих задач, включены и занимательные задачки (игры - шутки). Эти задачи можно использовать и на первых занятиях для выявления логических и математических способностей учеников, и в дальнейшем в качестве развлекательных "вставок". Игры - шутки позволяют снять напряжение и усталость, дают возможность ученикам отдохнуть.

Задача 1. Какие четыре гири нужно иметь, чтобы с их помощью можно было на чашечных весах отвесить любое целое число килограммов, не превосходящее 40?

Задача 2. В куче 1997 камней, которые двое берут по очереди. Разрешается взять 1, 10 или 11 камней. Выигрывает взявший последний камень. Кто должен победить?

Задача 3. Изменим условие предыдущей задачи: взявший последний камень проигрывает. Кто теперь победит?

Задача 4. Двое по очереди берут камни из двух куч. За один ход можно взять: а) любое число камней из одной кучи или б) из обеих куч поровну. Взявший последним выигрывает. Кто должен выиграть?

Задача 5. В трёх кучах лежат 1997, 1998 и 1999 камней. Играют двое. За один ход разрешается убрать две кучи, а третью разделить на три новые (непустые) кучи. Выигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит-первый или второй игрок?

Задача 6. Двое играющих по очереди красят полоску из 150 клеток: первый всегда красит две клетки подряд, а второй - три. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто должен выиграть при правильной игре?

Задача 7. Двое играют на полосе из 12 клеток. При каждом ходе можно поставить на любое поле шашку или сдвинуть на одну клетку вправо выставленную ранее шашку. Игрок выигрывает, когда занимает шашкой последнее свободное поле полосы. Кто победит? (Понятно, что на каждой клетке может размещаться только одна шашка.)

Ч И С Л О В Ы Е З А Д А Ч И

Числовые задачи часто представляют собой головоломки. Полезно перед решением такой задачи не спешить, а дать возможность ученикам немного поиграть в них

Задача 1. В выражении 4 + 32 : 8 + 4 * 3 расставьте скобки так, чтобы в результате получилось:

а) число 28

б) как можно большее число

в) как можно меньшее число

Задача 2. Расшифруйте запись:

$$\begin{array}{r} \text{А} \\ +\ \text{АБ} \\ +\ \text{АБВ} \\ \hline \text{БВБ} \end{array}$$

Задача 3. В десятичной записи двух натуральных чисел участвуют только цифры 1, 4, 6 и 7. Может ли одно из них быть в 17 раз больше другого?

Задача 4. Произведение четырех последовательных чисел равно 7920. Найти эти числа.

Задача 5. Установите, какой цифрой оканчивается разность

$43^{43} - 17^{17}$.

Задача 6. В записи

* * * 5 : 11 = * * замените звездочки цифрами так, чтобы получилось верное равенство.

Задача 7. Замените в выражении * (*(* (* + 1) + 1) + 1) = 1995 звездочки числами 2, 5, 11, и 17 так, чтобы получилось верное равенство.

Задача 8. Натуральные числа от 1 начинают выписывать подряд. Какая цифра стоит на 1992-м месте?

Задача 9. Из книги выпала какая-то часть. Первая страница выпавшего куска имеет номер 387, а номер последней страницы состоит из тех же цифр, но записанных в другом порядке. Сколько листов выпало из книги?

Задача 10. Найдите десять натуральных чисел, сумма и произведение которых равны 20.

Задача 11. Восстановите запись:

```
  x *2*3
    **
  ------
+ ***87
  *****
  ------
  2*004*
```

Задача 12. Расшифруйте запись:

```
 B
 AAAA
+AAAA
 AAAA
 -----
 BAAAA
```

Задача13. Найдите сумму: 1 + 2 + 3 + ...+ 111.

Задача 14. Восстановите пример: 6*5* - *8*4 = 2856.

Задача 15. Задумали число, к нему прибавлена 1,сумма умножена на 2, произведение разделено на 3 и от результата отнято 4.Получилось 6. Какое число задумано?

Задача 16. Восстановите запись:

```
*
+ * *
--------
1 9 7
```

Задача17. Расставьте скобки всеми возможными способами и выберите наибольший и наименьший результаты: 60 + 40 : 4 - 2.

Задача 18. Сумма двух чисел равна 80, а их разность равна 3. Найдите эти числа.

Задача 19. Заменив букву А на цифру, звездочки - на арифметические действия (не обязательно одинаковые), расставьте скобки так, чтобы равенство ААА*А*А = 1998 было верным.

Задача 20. Какой цифрой оканчивается произведение всех нечетных чисел от 1 до 51?

Задача 21. Как, используя цифру 5 пять раз, представить все числа от 0 до 10 включительно?

Задача 22. Расшифруйте пример, если одинаковые цифры замены одинаковыми буквами:

О Д И Н

+ О Д И Н

М Н О Г О

Задача 23. Расшифруйте пример: П О Д А Й

- В О Д Ы

П А Ш А

Задача24. Найдите такую сумму 1 + 2 + 3 +...+ 181 - 96 - 97 -...- 1.

Задача 25. В записи 8 8 8 8 8 8 8 8 поставить знаки сложения, чтобы получилось 1000.

Задача 26. Из чисел 21, 19, 30, 35, 3, 12, 9, 15, 6, 27 выберите такие три числа, сумма которых 50.

Задача 27. Расшифруйте ребус: КНИГА + КНИГА + КНИГА = НАУКА.

Задача28. Над имеющимся числом разрешается производить два действия: умножать его на 2 или прибавлять к нему 2. За какое минимальное число действий вы сможете получить из числа 1 число 100 ?

Задача 29. Приведите пример натуральных чисел m и n таких, что сумма цифр числа m равна 1997, сумма цифр числа n равна 1996, а сумма цифр числа m + n равна 1995.

Задача 30. Сумма четырех последовательных четных чисел равна 196. Найти эти числа.

Задача 31. Произведение четырех простых последовательных чисел оканчивается нулем. Что это за числа? Найдите их произведение.

Задача 32. Сумма двух чисел равна 213. Одно из них меньше другого на 37. Найдите эти числа.

Задача 33. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если цифру десятков умножить на 2, а цифру единиц на 3 и сложить оба произведения, то в результате получится 29. Найдите это число.

Задача 34. Из 6 спичек сложи 4 равносторонних треугольника.

З А Д А Ч И Н А П Р О Ц Е Н Т Ы

Задача 1. Товар стоил тысячу рублей. Продавец поднял цену на 10%, а через месяц снизил её на 10%.Сколько стал стоить товар?

Задача 2. Собрали 100 кг грибов. Оказалось, что их влажность 99%. Когда грибы подсушили, влажность снизилась до 98%. Какой стала масса этих грибов после подсушивания?

Задача 3. Цена входного билета на стадион была 1 рубль 80 копеек. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 50% , а выручка выросла на 25% .Сколько стал стоить билет после снижения?

Задача 4. По дороге идут два туриста. Первый из них делает шаги на 10% короче и в то же время на 10% чаще, чем второй. Кто из туристов идет быстрее и почему?

Задача 5. Цену за товар уменьшили на 10%, а затем еще на 10%. Стоит ли он дешевле, если цену сразу снизить на 20%?

Задача 6. На овощную базу привезли 10 тонн крыжовника, влажность которого 99% .За время хранения на базе влажность уменьшилась на 1%. Сколько тонн крыжовника теперь хранится на базе?

Задача 7. Числитель дроби увеличили на 20%. На сколько процентов надо уменьшить её знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла вдвое?

Задача 8. Выразить в процентах изменение площади прямоугольника, если длина его увеличится на 30%, а ширина уменьшится на 30% ?

Задача 9. Рабочий в феврале увеличил производство труда по сравнению с январем на 5%, а в марте увеличил её снова по сравнению с предыдущим месяцем на 10%. Сколько деталей изготовил рабочий в марте, если в январе изготовил 200 деталей?

Задача 10. Один покупатель купил 25% имевшегося куска полотна, второй покупатель 30% остатка, а третий - 40% нового остатка. Сколько (в процентах) полотна осталось непроданным?

Задача 11. Свежие грибы содержат 90% влаги, сушеные 12%.Сколько сушеных грибов получится из 10 кг свежих?

Задача 12. Солдат, стреляя в цель, поразил ее в 25/2% случаев. Сколько раз он должен выстрелить, чтобы поразить цель сто раз?

Задача 13. Сколько белых грибов надо собрать для получения 1 кг сушеных, если при переработке свежих грибов остается 50% их массы, а при сушке остается 10% массы обработанных грибов?

Задача 14. Бригада косарей в первый день скосила половину луга и еще 2 га, а во второй день 25% оставшейся части и последние 6 га. Найти площадь луга.

Задача 15. Как изменится в процентах площадь прямоугольника, если его длина увеличится на 30%, а ширина уменьшится на 30%?

Задача 16. В драматическом кружке число мальчиков составляет 80% от числа девочек. Сколько процентов составляет число девочек в этом кружке от числа мальчиков?

Задача 17. Перерабатывая цветочный нектар в мед, пчелы освобождают его от значительной части воды. Нектар содержит 70% воды, а мед 16%. Сколько килограммов нектара надо переработать для получения 1 кг меда?

Задача 18. Имеется 735 г 16%-ного раствора йода в спирте. Нужно получить 10%- ный раствор йода. Сколько граммов спирта надо долить для этого к уже имеющемуся раствору?

Задача 19. В бассейн проведена труба. Вследствие засорения её приток воды уменьшился на 60%. На сколько процентов вследствие этого увеличится время, необходимое для заполнения бассейна

Задача 20. Ширину прямоугольника увеличили на 3,6 см, а длину уменьшили на 16%. В результате площадь нового прямоугольника оказалась больше прежнего на 5%.Найти ширину нового прямоугольника

Задача 21. Каждую сторону квадрата увеличили на 20%. На сколько процентов увеличилась площадь квадрата?

Задача 22. На сколько процентов увеличится объем куба, если каждое его ребро увеличить на 10%?

Задача 23. 5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ных сливок и к смеси добавили 1 литр чистой воды. Какой жирности получилась смесь?

Задача 24. В свежих грибах было 90% воды. Когда их подсушили, то они стали легче на 15 кг при влажности 60%. Сколько было свежих грибов?

Задача 25. Под кукурузу отвели участок поля в форме прямоугольника. Через некоторое время первоначальную длину участка увеличили на 35%,а ширину уменьшили на 14%, На сколько процентов изменилась площадь участка?

Задача 26. Куб с ребром 8 см покрасили со всех сторон, а затем распилили на кубики с ребром 1 см. Какой процент среди них составляют кубики, имеющие только одну окрашенную грань?

Задача 27. Одно из слагаемых составило 5/12 другого. Сколько процентов от суммы составляет меньшее слагаемое? (ответ дать с точностью до 0,1%)

Задача 28. Вычитаемое составляет 7/13 уменьшаемого. Сколько процентов вычитаемого составляет разность?

Задача 29. Заработок рабочего повысился на 20%, а цены на продукты и другие товары снизились на 15%. На сколько процентов рабочий теперь на свой заработок может купить больше продуктов и товара, чем прежде ?

Решения и ответы.

1. После подорожания товар стоил 1100 рублей. При снижении цены 1100 руб. – 100% , 110 рублей – 10% стоимости товара, следовательно, товар стал стоить 1100 - 110 =990 рублей.

Ответ: 990 рублей.

2. В 100 кг грибов содержится, по условию, 99 кг воды и 1 кг сухого вещества. После подсушивания сухое вещество стало составлять 2% .Но если 2% составляют 1 кг, то вся масса грибов равна 50 кг.

3. Входная плата с каждых двух зрителей до снижения была 3рубля 60 копеек. После снижения вместо каждых двух зрителей стадион посещали три человека, платившие по 3руб.60 коп + 90 коп.= 4 руб.50 коп. Стоимость билета 4 рубля 50 копеек : 3 = 1 рубль 50 копеек.

Ответ: 1 руб.50 коп.

4. Покажем, что медленнее идет тот из туристов, кто делает шаги короче и чаще (первый). Когда второй турист делает 10 своих шагов длины s каждый, первый турист делает 11 своих шагов длины 0,9s каждый. Таким образом, первый турист проходит расстояние 9,9s за то время, за которое второй проходит расстояние 10s, но 10s 9,9s, так как s 0.

5. Введем переменную x, обозначив через нее первоначальную цену, и составим выражение для новой цены в случае поэтапного снижения: 0,9*(0,9*x) = 0,81*x и в случае снижения сразу на 20% - 0,8*x

6. Без влаги масса ягод стала равна 2% , т.е. общая масса уменьшилась в два раза и стала 5 тонн.

Ответ: 5 тонн.

7. Для начала рассмотрим какой-нибудь пример, скажем, дробь 00/100 = 1. После увеличения в числителе будет 120, поэтому в знаменателе после уменьшения должно остаться 60%.Другими словами, надо уменьшить знаменатель на 40 %. Проверим ответ для общего случая: пусть есть дробь a/b. После увеличения числителя на 20% он станет равным 1,2a. Если уменьшить знаменатель на 40% , то он станет равным 0,6b.Тогда дробь станет равной 1,2a / 0,6b = 2*a / b, что и требуется.

Ответ: на 40%.

8. получим 625 рублей.

9. 231 деталь

10. 31,5 % осталось непроданным.

11. Ответ: 25/22 кг.

12. 800 раз.

13. 20 кг.

14. 6 га составляют 75% (3/4) оставшейся части, значит, вся оставшаяся часть равна 8 га. По условию половина луга больше 8 га на 2 га, т. е. равна 10 га (8 + 2 = 10). Значит, весь луг занимал 20 га (10*2 = 20). **Ответ:** 20 га.

15. Площадь уменьшится на 9%.

16. Пусть девочек x, тогда мальчиков 0,8x. Число девочек составляет от числа мальчиков (x / 0,8)*100% = 125%.

17. Ответ: 2,8 кг.

18. 441 г.

19. 1) 100% - 60% = 40% = 0,4 - такую часть составляет оставшийся приток воды. 2) 1 : 0,4 = 2,5 (раза) - во столько раз увеличится время, необходимое для наполнения бассейна, т.е. увеличится на 150%.

Ответ: на 150% .

20. 18 см.

21. Увеличилась на 44%.

22. Увеличится на 33,1%.

23.

1) 5*0,35 = 1,75 (л) жира в 5 л сливок. 2) 4*0,2 = 0,8 (л) жира в 4 л сливок. 3)1,75 + 0,8 = =2,55 (л) жира в смеси. 4) 5 + 4 + 1 = 10 (л) - вес смеси. 5)2,55 : 10 = 25,5%- жирность смеси.

Ответ: 25,5%.

24. Ответ: 20 кг.

25. Изменится на 16,1%.

26. 42,1875 или 42,2%.

27.

Пусть второе слагаемое 1, тогда первое слагаемое 5 / 12, а сумма 17 / 12. 5 / 12 от 17 / 12 составляют 5 / 17 = 0,294 = 29,4%.

Ответ: Меньшее слагаемое составляет 29,4% от суммы.

28.

Пусть уменьшаемое 1, тогда вычитаемое 7 / 13, а разность 6 / 13 (1 - 7/13 =

= 6 / 13). 6/13 от 7/13 составляет 6 / 7 = 85,7%.

29.На 41% больше, чем прежде.

Л О Г И Ч Е С К И Е З А Д А Ч И

Задача 1. Можно ли, имея два сосуда емкостью 3 л и 5 л, набрать из водопроводного крана 4 л воды?

Задача 2. В месяце три воскресенья выпали на четные числа. Какой день недели был седьмого числа этого месяца?

Задача 3. У Винни - Пуха и Пятачка несколько воздушных шариков, среди которых есть большие и маленькие, а также синие и зеленые. Докажите, что друзья могут взять по одному шару так, чтобы они одновременно оказались разного размера и разного цвета.

Задача 4. На улице, встав в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Платье какого цвета носит каждая девочка?

Задача 5. Разместите в свободных клетках квадрата числа 3, 4, 5, 6, 8, 9 так, чтобы по любой вертикали, горизонтали и диагонали получилось в сумме одно и то же число.

Дано:

10		
	7	
	11	

Решение

10	3	8
5	7	9
6	11	4

Задача 6. На складе имеются гвозди в ящиках по 24, 23, 17 и 16 кг. Можно ли отправить со склада 100 кг гвоздей, не распечатывая ящики?

Задача 7. Пять рыбаков съели пять судаков за пять дней. За сколько дней десять рыбаков съедят десять судаков?

Задача 8. Все животные старухи Шапокляк, кроме двух, - попугаи, все, кроме двух, - кошки, и все, кроме двух, - собаки, а остальные тараканы. Сколько тараканов у Шапокляк?

Задача 9. У Щенят и утят 42 ноги и 12 голов. Сколько щенят и сколько утят?

Задача 10. Папа с двумя сыновьями отправился в поход. На пути им встретилась река; у берега плот. Он выдерживает на воде только папу или двух сыновей. Как им переправиться на другой берег?

Задача 11. Среди 77 одинаковых колец одно несколько легче остальных. Найдите его не более чем четырьмя взвешиваниями на чашечных весах.

Задача 12. У меня нет карманных часов, а только настенные, которые остановились. Я пошел к своему приятелю, часы которого идут верно, пробыл у него некоторое время и, придя домой, поставил свои часы верно. Как мне это удалось сделать, если я предварительно не знал, сколько времени занимает дорога?

Задача 13. Известно, что 60 листов книги имеют толщину 1 сантиметр. Какова толщина всей книги, если в ней 240 страниц?

Задача 14. Из трех монет одна фальшивая, она легче остальных. За сколько взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить, какая именно монета фальшивая?

Задача 15. В мешке 24 килограмма гвоздей. Как, имея чашечные весы без гирь, отмерить 9 килограммов гвоздей?

Задача 16. Падая по лестнице с пятого этажа, Алиса насчитала 100 ступенек. Сколько ступенек она насчитала бы, падая со второго этажа? (Падение героини сказки Л. Кэррола "Алиса в стране чудес" обычно оканчивается благополучно...)

Задача 17. Костя разложил на столе 5 камешков на расстоянии 3 сантиметра один от другого. Какое расстояние первого до последнего?

Задача 18. Ученица хотела купить в магазине 9 тетрадей, несколько блокнотов, по 6 копеек каждый, и три карандаша. Продавец выписал ей чек на 58 копеек. Взглянув на чек, ученица сразу же сказала продавцу, что он ошибся. Продавец удивился, как могла ученица так быстро обнаружить ошибку. Пересчитав снова, продавец действительно нашел ошибку. Как могла ученица, только взглянув на чек, заметить ошибку?

Задача 19. Как, имея пятилитровую банку и девятилитровое ведро, набрать из реки ровно три литра воды?

Задача 20. Три курицы снесли за три дня три яйца. Сколько яиц снесут двенадцать кур за двенадцать кур за двенадцать дней?

Задача 21. В магазин привезли 141 литр масла в бидонах по 10 и по 13 литров. Сколько было всего бидонов?

Задача 22. Когда отцу было 27 лет, сыну было 3 года. Сейчас сыну в три раза меньше лет, чем отцу. Сколько лет каждому из них?

Задача 23. Как из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, отлить 1 литр с помощью трехлитровой банки и пятилитрового бидона?

Задача 24. Пять лет назад брату и сестре вместе было 8 лет. Сколько лет им будет вместе через 5 лет?

Задача 25. В ящике 100 черных и 100 белых шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара одного цвета?

Задача 26. В одном доме живут 13 учеников одной и той же школы. В этой школе 12 классов. Докажите, что хотя бы два ученика, живущие в этом доме, учатся в одном и том же классе.

Задача 27. Два школьника, живущие в одном доме, одновременно вышли из дома в школу. Первый из них половину всего времени, затраченного на дорогу, шел со скоростью 5 километров в час, а затем шел со скоростью 4 километра в час. Второй же первую половину всего пути от дома до школы шел со скоростью 4 километров в час, а вторую - со скоростью 5 километров в час. Который из школьников пришел в школу раньше?

Задача 28. В одном хвойном лесу 550000 елей. Ни на одной из них нет более 500000 игл. Доказать, что по крайней мере у двух е

лей в этом лесу игл одинаковое число.

Текстовые задачи

Задача 1. Богатырь подошел к реке с двумя ведрами, вмещающими 15 литров и 16 литров. Удастся ли ему налить (отмерить) при помощи этих ведер ровно 8 литров воды?

Задача 2. Победитель олимпиады по математике Сергей отметил на доске 6 точек и соединил каждую из них ровно с четырьмя другими точками так, что все отрезки оказались непересекающимися. Павел случайно стер с доски все 6 точек. Сможете ли Вы повторить рисунок юного математика?.

Задача 3. Можно ли выразить 1000 восемью одинаковыми цифрами и знаками действий?

Задача 4. Через сколько минут после того,как часы показывали 4 часа, минутная стрелка догонит часовую стрелку?

Задача 5. На окраску деревянного кубика затратили 4 г краски. Когда она высохла, кубик распилили на 8 одинаковых кубиков меньшего размера. Сколько краски потребуется для того, чтобы закрасить образовавшиеся при этом неокрашенные поверхности?

Задача 6.Саша с папой ходил в тир. Уговор был такой: Саша делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё два выстрела. Всего Саша сделал 17 выстрелов. Сколько раз Саша попал в цель?

Задача 7. Чтобы сжить с белого света Змея Горыныча, которому исполнилось 40 лет, Кощей Бессмертный придумал приучить его к курению. Кощей Бессмертный подсчитал, что если Змей Горыныч каждый день в течение года будет выкуривать по 17 сигарет, то он умрет через 5 лет, если же он будет выкуривать по 16 сигарет, то умрет через 10 лет. До скольких лет доживет Змей Горыныч, если он не будет курить?

Задача 8. В классе 25 учеников, а сумма их возрастов составляет 270 лет. Найдутся ли в классе 20 учащихся, сумма возрастов которых больше 260?

Задачи на принцип Дирихле

В самой простой и несерьезной форме принцип Дирихле выглядит так: “нельзя посадить семерых зайцев в три клетки так, чтобы в каждой клетке находилось не больше двух зайцев “. Другая формулировка “ принципа Дирихле“: если n + 1 предмет поместить в n мест, то обязательно хотя бы в одном месте окажутся хотя бы два предмета. Заметим, что в роли предметов могут выступать и математические объекты - числа, места в таблице, отрезки и т.д.

Задача 1. В корзине лежат 30 грибов - рыжиков и груздей. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов - хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине.

Задача 2. В мешке лежат шарики двух разных цветов ¬¬- черного и белого. Какое наименьшее количество шариков нужно вынуть из мешка, чтобы среди них точно два шарика оказались одного цвета?

Задача 3. В городе более 8000 тысяч жителей. Ученые считают, что у каждого человека менее 200000 волос на голове. Докажите, что существует, по крайней мере, 41 житель с одинаковым количеством волос на голове.

Задача 4. Можно ли вывезти из каменоломни 50 камней, массы которых соответственно равны 370, 372, 374, ..., 468 кг, на семи трехтонках?

Задача 5. Какое наибольшее количество точек можно разместить в квадрате со стороной 1 таким образом, чтобы все расстояния между этими точками были не менее 0,5? («В квадрате» означает «внутри квадрата или на его границе»).

Задача 6. Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими по плоскости его равносторонними треугольниками.

Решение.

Разумеется, чем меньше равносторонний треугольник может покрывать максимум одну вершину данного равностороннего треугольника. Поэтому данный равносторонний треугольник можно покрыть, по крайней мере, тремя меньше.

Задача 7. На газоне в форме правильного треугольника со стороной 3 метра растет 10 гвоздик. Докажите, что найдутся две гвоздики, находящихся друг от друга на расстоянии, не превышающем 1 метр.

Решение.

Разделим газон на 9 равносторонних треугольника со стороной 1 метр. Тогда, согласно принципу Дирихле, по крайней мере две точки содержатся в одном из них. Поэтому расстояние между этими точками не превышает 1метра. Заметим, что после размещения 10 гвоздик в вершинах разбиения все расстояния между ними равны 1 метру.

Задача 8. Докажите, что у каждого многогранника найдутся две грани с одинаковым количеством сторон.

Решение.

Пусть Г - грань, содержит наибольшее количество сторон. Тогда данный многогранник имеет, по крайней мере, n + 1 грань, причем количество сторон на каждой из них изменяется от 3 до n. Тогда, согласно принципу Дирихле, знайдиться две грани с одинаковым количеством сторон.

Задача 9. Пять точек A1, A2, ..., A5 лежат одной плоскости, и их координаты - целые числа. Докажите, что среди всех треугольников с вершинами в данных точках есть по крайней мере три, площади которых выражаются целыми числами.

Решение.

Пусть A (x1; y1), B (x2; y2), C (x3; y3) - вершины некоторого треугольника с целыми координатами. Заметим, что если одну из координат изменить на четное число, то площадь соответствующего треугольника изменится на целое число. Таким образом, заменив координаты точек A1, A2, ..., A5 числами 0 или 1 в зависимости от их четности, согласно принципу Дирихле, некоторым двум точкам отвечать одинаковые координаты. Пусть это будут точки A1 и A2. Тогда площади треугольников A1A2A3, A1A2A4, A1A2A5 выражаются целыми числами.

Задачи на делимость

При решении задач на делимость полезно знать некоторые признаки делимости. Для некоторых делителей эти признаки позволяют устанавливать делимость без выполнения самого деления. Так, например, ученикам 5 класса известны признаки делимости на 10, 5 и 2, 3, 9.

Задача 1. Найти наименьшее число, которое при делении на 2 дает остаток 1, при делении на 3 - 2, на 4 - 3, на 5 - 4, на 6 - 5, на 7 - 6, на 8 - 7, на 9 - 8, на 10 - 9.

Задача 2. При делении данного числа на 225 в остатке получилось 150. Разделится ли данное число нацело на 75 и почему?

Задача 3. Найти все числа, большие 25000, но меньшие 30000, которые как при делении на 393, так и при делении на 655 дают в остатке 210.

Задача 4. На складе имеются ножи и вилки. Общее число тех и других больше 300, но меньше 400. Если ножи и вилки вместе считать десятками или дюжинами, то в обоих случаях получается целое число десятков и целое число дюжин. Сколько было ножей и вилок на складе, если ножей было на 160 меньше, чем вилок?

Задача 5. Изменяется ли при делении с остатком частное и остаток, если делимое и делитель увеличить в 3 раза (ответ подтвердить примером) ?

Задача 6. Даны три последовательных натуральных числа, из которых первое - четное. Докажите что произведение их кратно 24.

Задача 7. Отец и сын решили перемерить шагами расстояние между двумя деревьями, для чего отошли одновременно от одного и того же дерева. Длина шага отца - 70см, сына - 56 см. Найти расстояние между этими деревьями, если известно, что следы их совпали 10 раз.

Задача 8. Для устройства елки купили орехов, конфет и пряников - всего 760 штук. Орехов взяли на 80 штук больше, чем конфет, а пряников на 120 штук меньше, чем орехов. Какое наибольшее число одинаковых подарков для детей можно сделать из этого запаса?

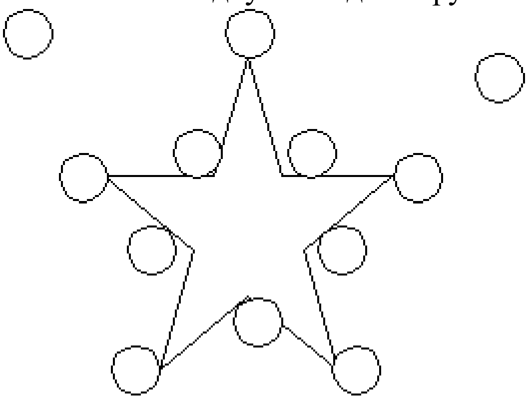
Задача 9. Если сложить несократимую дробь с единицей, то вновь полученная дробь будет также несократима. Почему?

Задача 10. Доказать, что произведение НОД и НОК двух данных чисел равно произведению этих чисел.

Задача 11. Витя сказал своему другу Коле: “ Я придумал пример на деление, в котором делимое, делитель, частное и остаток оканчиваются соответственно на 1, 3, 5, 7 “. Подумав, Коля ответил: “Ты путаешь что – то”. Прав ли Коля?

Задача 12. Какую цифру надо поставить вместо буквы А в запись числа А37, чтобы оно делилось: а) на 6 , б) на 9?

Задача 13. По периметру звезды в кружки впишите все числа от 1 до 10 так, чтобы суммы чисел в любых двух соседних кружках не делились ни на 3, ни на 5, ни на 7.



Задача 14. Доказать, что число $2^{20} + 3^{20} + 4^{20} + 7^{21}$ кратно 10 . **Решение.** Воспользуемся признаком делимости на 10. Для того чтобы данное выражение делилось на 10, необходимо, чтобы последняя цифра в данном выражении была 0, т. е. сумма единиц всех слагаемых должна оканчиваться нулем. Найдем, какой цифрой оканчивается каждое слагаемое:

$2^{20} = 2^{4*5} = 2^{20}$ – оканчивается так же, как 2^4 (6); $3^{20} = 3^{4*5} = 3^{20}$ – оканчивается так же, как 3^4 (1); 4^{20} – оканчивается цифрой 6; $7^{21} = 7^{4*5+1} = 7^{20} * 7$ – оканчивается цифрой 7. Сложим последние цифры (единицы слагаемых): 6 + 1 + 6 + 7 =20. Сумма единиц оканчивается нулем, значит, заданное число кратно 10.

Задачи на инвариант

Задача 1. На листе бумаги написано число 11. Шестнадцать учеников передают листок друг другу, и каждый прибавляет к числу или отнимает от него единицу – как хочет. Может ли в результате получиться число 0?

Нужно предложить выполнить эту операцию учащимся (результат каждого хода записывается на доске), заметить закономерность: после каждого хода характер четности меняется: после первого ученика число становится четным, после второго нечетным; после третьего - четным; после четвертого – нечетным. Тогда после шестнадцатого число будет нечетным. Поэтому нуль в конце получиться не может.

Задача 2. На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке и либо снимают, либо вешают платок. Может ли после ухода девочек остаться ровно 10 платков?

Решение. После подхода первой девочки количество оставшихся платков либо 19, либо 21 (нечетное количество); после подхода второй девочки – либо 18, либо 20, либо 22 (четное количество); после подхода третьей девочки – либо 17, либо 21, либо 23, либо 19 (нечетное количество). После подхода 17 девочки остается нечетное количество платков. Получается противоречие. Значит, 10 платков остаться не может.

В первой и во второй задачах инвариантом является четность суммы чисел.

Задача 3. В таблице, где имеются 15 чисел (-1), можно производить следующую операцию: одновременно изменить знак двух (не более, не меньше) чисел в таблице. Можно ли, применяя эту операцию конечное число раз, получить таблицу, состоящую из (+ 1)?

Решение. Ответ: нельзя. Так как число чисел в таблице нечетно, а после каждой операции число чисел (+ 1) в таблице четно. На языке инвариантов это означает: инвариантом таблицы относительно введенной операции является произведение всех чисел в таблице.

В начальный момент это произведение равно (- 1), а нам нужно получить таблицу, инвариант которой равен (+ 1).

Задача 4. Имеется набор чисел а, в, с. Данный набор чисел меняется на тройку чисел: а + в – с, в + с – а, а + с – в. Дан набор чисел 2000, 2002, 2003. Можно ли из него получить набор из чисел 2001, 2002, 2003?

Решение. Ответ: нельзя. Так как (а + в + с) и (а + в - с) +(в +с – а) +(а + с – в) равны, а сумма 2000+2002 +2003 и сумма 2001 + 2002 +2003 различны.

Задача 5. На столе 6 стаканов, Из них 5 стоят правильно, а один перевернут вверх дном. Разрешается переворачивать одновременно 4 любых стакана. Можно ли все стаканы поставить правильно?

Решение. Нет, так как в любом случае перевернутых вверх дном стаканов будет числом нечетным.

Задача 6. Из цифр 2, 3, 4,… 9 составили два натуральных числа. Каждая цифра использовалась один раз. Могло ли одно из этих чисел оказаться вдвое больше другого?

Решение. Ответ: нет. Пусть a и b = 2a – полученные числа, S(a) и S(b) – суммы их цифр. По признаку делимости числа N и S(N) имеют одинаковые остатки при делении на 3. Поскольку число a + b = 3a делится на 3, то сумма S = S(a) + S(b) должна делиться на 3, что неверно, так как S = 2 + 3 + 4 + … + 9 = 44.

Задача 7. На доске написаны числа 1, 2, …, 1998. За один ход разрешается стереть любое количество чисел и вместо них записать остаток от деления их суммы на 11. Через несколько ходов на доске остались два числа, одно из которых – 1000. Чему равно второе число?

Решение. Так как в конечном итоге на доске оказались записанными два числа, то хотя бы одно из них является остатком от деления некоторого числа на 11, т.е. не превосходит 10.Число 1000 не может являться остатком от деления какого-то числа на 11, поэтому искомое число не больше 10. Заметим, что в результате выполнения указанных операций остаток от деления суммы всех написанных чисел не изменится, так как для любых чисел а и в (а + в)(mod p) $\equiv$ (a(mod p) + b(mod p))(mod p), где p – произвольное простое число. Первоначально 1 + 2 + … +1998 = 1997001 $\equiv$ 6 (mod 11) $\equiv$ 1000 (mod p) + второе число. Так как 1000 $\equiv$ 10 (mod 11), то второе число 7.

Задачи с геометрическим содержанием

Задачи с геометрическим содержанием выделены в отдельный параграф, но предполагается, что такие задачи могут решаться в течение всего подготовительного курса. Эти задачи позволяют развивать пространственное мышление и комбинаторные способности, и поэтому обращаться к ним следует по возможности систематически.

Задача 1. Сколько углов образуют 5 различных лучей, направленных из одной точки?

Задача 2. Определите, чему равен угол между часовой и минутной стрелками часов в 23 часа 45 минут.

Задача 3. Разрежьте треугольник на два треугольника, четырехугольник и пятиугольник, проведя две прямые линии.

Задача 4. Разрежьте прямоугольник размером 4 * 8 на девять квадратов.

Задача 5. На прямой через равные промежутки поставили 10 точек, они заняли отрезок длины a. На другой прямой через те же промежутки поставили 100 точек, они заняли отрезок длины b. Во сколько раз a меньше b?

Задача 6. Расположите на плоскости 14 точек и соедините их, не пересекая, отрезками прямых так, чтобы из каждой точки выходило ровно четыре отрезка.

Задача 7. Разрежьте фигуру по линиям клеток так, чтобы получились четыре равные фигуры.

Задача 8. Разрежьте квадрат на 2 неравные части и сложите из них треугольник .

Решение:

Отрезать от квадрата треугольник, одна из сторон которого равна стороне квадрата, а другая-половине стороны квадрата. Из полученных треугольника и трапеции сложить треугольник.

Задача 9. Разрежьте треугольник на 2 треугольника, четырехугольник и пятиугольник, проведя две прямые линии.

Календарно- тематическое планирование

№	**Тема**	**Дата проведения**	**Домашнее задание**
1	Математические игры		
2	Математические игры		
3	Числовые задачи		
4	Задачи на проценты		
5	Задачи на проценты		
6	Логические задачи		
7	Логические задачи		
8	Текстовые задачи		
9	Текстовые задачи		
10	Задачи на делимость		
11	Задачи на делимость		
12	Задачи на принцип Дирихле		
13	Задачи на принцип Дирихле		
14	Задачи на инвариант		
15	Задачи на инвариант		
16	Задачи с геометрическим содержанием		
17	Задачи с геометрическим содержанием		
	Итого: 17 часов		

Литература

1. Нагибин Ф.Ф.Математическая шкатулка.Москва, «Просвещение»,1961.
2. НестеренкоЮ., Олехник С., Потапов М. Лучшие задачи на смекалку. Москва, «АСТ-ПРЕСС», 1999.
3. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С.Математическая шкатулка. Москва «Просвещение», 1984.
4. Перельман Я.И. Живая математика. Москва,1994. АО «Столетие».
5. Перельман Я.И. Математические рассказы и головоломки.
6. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе 5-11 классы. Москва, 2006. «Айрис-пресс».